

GEOMETRIA ANALÍTICA PER RECOSIR CONNEXIONS A BATXILLERAT

DAVID VIRGILI CORREAS

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
ESCOLA GALÍ BELLESGUARD (BARCELONA)

Resum: El currículum català actual de matemàtiques de batxillerat (16-18 anys) emfasitza la necessitat de contextualitzar els conceptes matemàtics que s'ensenyen en aquesta etapa. Mal interpretat, això podria portar a la mera aplicació de tècniques analítiques per a resoldre únicament problemes més simples i quotidians. La incorporació d'elements històrics a l'aula ofereix una aproximació diferent a la contextualització, i serveix per desafiar la percepció comú entre els estudiants d'aquesta franja d'edat de veure les matemàtiques com a conjunt fragmentat de resultats aïllats que s'acumulen al llarg del temps. Aquest article presenta una activitat històrica duta a terme amb estudiants de batxillerat de l'Escola Galí Bellesguard de Barcelona, centrada en dues aproximacions diferents per a resoldre un mateix problema geomètric, fetes per Ghetaldi (1607) i Omerique (1698). L'activitat comprèn una part experimental, que vam dur a terme amb Geogebra, i una de teòrica, que requeria l'anàlisi de fragments seleccionats de les fonts originals. L'objectiu principal de l'activitat és ajudar els estudiants a establir connexions internes entre la resolució geomètrica i l'analítica de sistemes d'equacions; això s'ha tractat prèviament per a sistemes lineals a 3r d'ESO, però des d'aleshores no s'ha tornat a tractar per als casos no lineals.

Paraules clau: Història de les matemàtiques, Didàctica de les matemàtiques, Geometria.

Analytic geometry to sew up connections in Batxillerat

Summary: The current Catalan curriculum for mathematics at the Batxillerat level (16-18 years) emphasizes the necessity to contextualize the mathematical concepts taught at this stage. However, this may lead to the mere application of analytic techniques to solve only simpler everyday problems. The incorporation of historical elements into the classroom offers a distinctive approach to contextualization, and is useful to challenge the prevalent perception among students at this age of mathematics as a fragmented set of isolated results which accumulate over time. This article presents a historical activity carried out with Batxillerat students of Escola Galí Bellesguard from Barcelona, centered in two different approaches to solve the same geometrical problem, by Ghetaldi (1607) and Omerique (1698). The activity comprises an experimental part, which we carried out with Geogebra, and a theoretical one, which requires an analysis of selected passages of the original sources. The primary objective of the activity is to help students in establishing in-

ternal connections between the geometrical and algebraic resolution of systems of equations; this has been previously addressed for linear systems at 3rd ESO, but it has since then been overlooked for non-linear cases.

Keywords: History of mathematics, Didactics of mathematics, Geometry.

Motivació de la proposta

El currículum de matemàtiques per a l'ESO de Catalunya (175/2022) suggereix nombrosos exemples de contextos històrics rics per treballar a l'aula els continguts propis de l'etapa, com per exemple la introducció del zero i els negatius al llarg de la història (Romero *et al.*, 2021), l'ús de les fraccions a l'antic Egipte (Bonet i Matas, 2017) o el càlcul de distàncies astronòmiques per proporcionalitat amb Aristarc de Samos (Massa-Esteve, 2005). A l'etapa de batxillerat, però, el plantejament canvia de so-ca-rel i es troben només dues referències escadusseres a la història de la matèria: en introduir els complexos es considera convenient parlar de les solucions a les equacions polinòmiques, i en tractar el sentit socioafectiu, es demana al professorat que desperti en l'alumne l'estima pel «paper de matemàtics i matemàtiques al llarg de la història en múltiples aspectes que ens envolten, tant de l'àmbit artístic com cultural, social, científic i tecnològic».

Aquest oblit de la història contrasta amb l'èmfasi exagerat que rep la necessitat de contextualitzar, una paraula que es repeteix 49 vegades en un document de només 22 pàgines: una crossa que acompanya cada nova introducció d'un contingut, i que sembla indicar que la paraula «context» s'entén únicament com a exhortació a l'aplicabilitat pràctica del temari. A l'hora de revisar aquest currículum de batxillerat (171/2022), caldria incorporar-hi altres perspectives menys utilitaristes de les matemàtiques i tenir en compte també els nombrosos avantatges que aporta als alumnes l'ús del propi desenvolupament històric dels conceptes com a context de treball.

Fer servir la història de les matemàtiques a l'aula té nombrosos avantatges tant per al professor com per a l'alumnat, com ha estat reivindicant des de fa dècades el GRHCT de la UPC o el Grup d'Història d'ABEAM (Massa-Esteve, 2003). No es tracta tan sols d'aconseguir una comprensió més profunda dels conceptes i tècniques treballades, sinó que també és una manera d'exposar clarament les dificultats que planteja la incorporació de noves idees.

En un model de transmissió cultural com l'actual, com més va més compartimentat, són una oportunitat excel·lent per remarcar les connexions internes i externes, que necessàriament trontollen en assegurar la coherència de les idees preestablertes en l'alumnat. També serveix per introduir la idea subversiva que les matemàtiques són cultura: no són un producte complet i acabat, sinó que estan en constant evolució, i influïdes per la manera de pensar d'una gran comunitat, que a més canvia al llarg del temps.

Alguns alumnes se senten impotents i desanimats per no caure per si sols en idees o tècniques que potser han necessitat segles en ser acceptades o dominades, i és de gran ajuda en aquest cas canviar com a docents la idea de matemàtiques que transmetem, a vegades inconscientment: la gènesi de nous conceptes rarament ha estat la idea genial d'una persona aïllada; els resultats matemàtics ni es «descobreixen» ni són veritats eternes, sinó que es reinterpreten, es poleixen i s'amplien amb el temps.

L'activitat que es presenta a continuació s'ha dut a terme amb els alumnes de batxillerat de l'escola Galí Bellesguard (Barcelona), tant de 1r com de 2n. Inicialment estava previst fer-la tant amb els alumnes del batxillerat en la modalitat científica com en els del social, però per falta de temps i altres

motius que es desenvoluparan més endavant es va haver d'optar per fer-la només amb els del científic. Aquest conjunt d'alumnes és en principi receptiu a aquest tipus d'activitats, ja que a l'escola s'hi duen a terme des de fa anys les propostes del «Matemàtic del Mes», on una vegada al mes dediquem l'inici de la classe a parlar d'un(a) matemàtic(a) i del seu àmbit d'estudi, o també la «Línia del Temps» al Laboratori de Matemàtiques, on representem visualment l'any en què se situen documents històrics rellevants i els matemàtics de què anem parlant a l'aula (vegeu la fig. 1).



FIGURA 1: Surocs amb les propostes de la Línia del Temps i el Matemàtic del Mes.

FONT: Fotografies de l'exposició. Elaboració pròpia.

L'objectiu de l'activitat és resoldre un problema geomètric molt concret: «com dibuixar un segment de longitud donada sobre un cercle, de manera que estigui alineat amb un punt donat?» Es tracta d'un problema d'Apol·loni,¹ «rescatat» als inicis de l'edat moderna, que desenvolupa Marino Ghetaldi (1566-1626) a principis del segle XVII, quan conjuntament amb François Viète (1540-1603) exploren les possibilitats de l'àlgebra especiosa per resoldre els problemes geomètrics de l'antiguitat. Resulta un problema especialment interessant des del punt de vista històric, perquè disposem d'una altra resolució diferent, però de finals de segle, d'Antonio Hugo de Omerique (1634-1705), un matemàtic gadità. Omerique afegeix a la resolució geomètrica una interpretació algebraica, fet que pot ajudar l'alumnat a establir connexions internes entre àlgebra i geometria en la resolució de sistemes d'equacions.

Per tal de poder comprendre bé el problema, però alhora mirant de minimitzar al màxim les hores emprades, s'opta per dedicar-hi dues sessions: una primera, de caire més pràctic, on es replica amb Geogebra la construcció geomètrica proposada per Ghetaldi, i una segona, de caire més reflexiu, on s'analitza un fragment original d'Omerique i es reflexiona sobre la relació entre les dues propostes de solucions.

1. Apol·loni de Perge (c. 262 aC – c. 190 aC) fou un geòmetra i astrònom grec extremadament influent en la història de les matemàtiques, en especial pels vuit llibres de les seves Còniques. Les seves definicions, propietats i aplicacions de les corbes obtingudes per la intersecció d'un pla i un con s'empren encara avui en dia, i s'usarien també per modelitzar el moviment dels planetes durant l'edat mitjana. Vegeu MacTutor - Apollonius of Perga (<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Apollonius/>)

Primera sessió: «Geogebritzem un problema històric»

Realitzem la sessió en una aula amb ordinadors, i cada alumne rep un petit dossier amb una breu introducció i la còpia del problema que pretenem resoldre. De manera volgudament esquemàtica, expliquem que la resolució que veurem pertany al període d'algebrització de les matemàtiques, un procés que va tenir lloc al llarg dels segles XVI i XVII, on gradualment les interpretacions i resolucions geomètriques i algebraïques van començar a interrelacionar-se, i que desembocaria en el camp que posteriorment anomenaríem *geometria analítica*.

El protagonista de la sessió és Ghetaldi, un matemàtic croat nascut a Dubrovnik que va iniciar un llarg viatge per Europa que li permetria estudiar, entre d'altres, amb Cristopher Clavius (1538-1612) a Roma, o amb Viète a París, amb qui treballaria conjuntament i establiria després una forta amistat.²

El problema proposat és el que inicia *Apollonius redivivus* ('Apol·loni reviscut'), publicat a Venècia el 1607 per Ghetaldi. L'alumnat ja sap que al Renaixement va sorgir un gran interès pel món antic, i que es van recuperar textos clàssics que es creien perduts, traduint-los directament del llatí o grec. Això va ser cabdal, també per a les matemàtiques, ja que, en tenir els enunciats i solucions dels problemes geomètrics grecs de feia més d'un mil·lenni, però no el mètode de resolució, estudiosos d'arreu d'Europa com Ghetaldi o Viète progressivament mirarien de resoldre'ls amb la nova i potent eina matemàtica de què començaven a disposar: l'àlgebra simbòlica.

Demanam als alumnes entrar a <https://books.google.es/books?id=DK5AAAAcAAJ>, que és la font original de Ghetaldi digitalitzada, i buscar el primer problema del llibre. Els crea una certa sorpresa que puguin accedir tan fàcilment a un llibre tan antic!

Problema I (Ghetaldi, 1607: 2): *In dato circulo aptare rectam lineam magnitudine datam, que ad datum punctum pertingat*. [En un cercle donat, col·locar un segment recte de longitud donada, que passi per un punt determinat].

El problema té, de forma natural, dos casos diferents: quan el punt és exterior al cercle, i quan hi és interior. Se'ls demana llegir i entendre la resolució del problema de Ghetaldi i fer la construcció amb Geogebra com a mínim del primer cas, seguint el seu procediment. Ràpidament apareixen les queixes perquè veuen que el text és en llatí, però en el dossier que se'ls ha proporcionat hi tenen una traducció aproximada al català, que respecta els mateixos diagrames originals de l'autor.

2. Ghetaldi arriba a París el febrer de 1600, on coneix a Viète en persona i inicien la seva col·laboració. Viète deixaria editar a Ghetaldi el seu *De numerosa potestatum ad exegesim resolutione*, publicat a París, que acaba amb una carta de Ghetaldi al matemàtic belga Michel Coignet on diu que el tractat d'àlgebra nova de Viète «li ha obert una llum». Per la seva banda, Viète i Ghetaldi emprendrien conjuntament la tasca de restaurar l'obra d'Apol·loni interpretant-la amb les noves eines analítiques: Viète publica el 1600 *Apollonius Gallus*, Ghetaldi publica el 1607 a Venècia l'*Apollonius redivivus* (que tindria una segona part el 1613) i el *Supplementum Apolloni Galli*.

Primer cas (traducció pròpia):

Ens són donats el cercle DHE, el centre del qual és B, un punt A que és exterior al cercle, i una magnitud lineal Z, que no sigui major al diàmetre del cercle. Cal situar en el cercle DHE el segment rectilini de longitud Z, de manera que estigui alineat amb el punt A.

Si el diàmetre del cercle DHE fos igual a Z, caldria unir A amb el centre, i dibuixar el segment que es proposa. Si Z és menor que el diàmetre, dibuixem la tangent al cercle en el punt E que passi per A, i connectem amb un segment BE, de manera que BE i EA estan en angle recte: aleshores sobre EB hi representem EF, que és igual a la meitat de Z, i connectem A i F. Amb centre F, descrivim el cercle CEG, que és secant amb AF en els punts C i G: per tant aquest cercle és tangent a la recta AE, donat que l'angle AEF és recte.

Prenent A com a centre, amb longitud AC, descrivim un cercle secant al cercle DHE, i anomenem H el punt on són secants. A continuació tracem la recta AH, que serà secant al cercle en D.

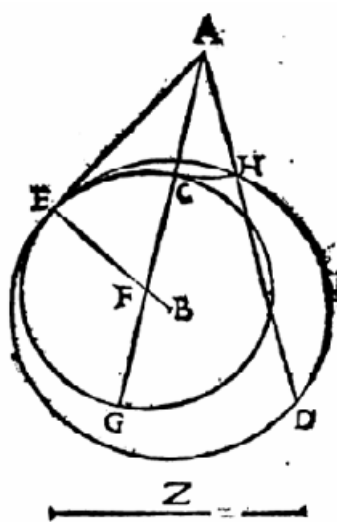


FIGURA 2: Diagrama original de Ghetaldi, amb la construcció del primer cas.

Font: Ghetaldi, 1607: 2.

Ghetaldi demostra a continuació que el problema ja està resolt, ja que el segment HD ha de tenir longitud Z, per construcció. Els demanem que ho comprovin amb l'eina de mesura de segments dels Geogebra, i que després ho demostrin per ells mateixos. Els alumnes han de veure (vegeu la fig. 2) que $HD = CG$ per translació, i que $CG = 2 FE = Z$ per construcció.

És clar que la base del procediment de Ghetaldi és la construcció amb regle i compàs, i si disposéssim de més temps hauria estat interessant replicar-la també amb aquestes eines. No obstant això, i tot i que estiguem fent la resolució geomètrica d'un problema del segle XVII amb eines tecnològiques actuals, considero que el problema no queda desvirtuat del seu context. Gràcies al Geogebra podem centrar-nos en aquest cas en comprendre l'algorisme i entendre les relacions geomètriques entre els elements de la construcció (vegeu la fig. 3). La capacitat addicional d'afegir dinamisme a la construcció, movent la posició del punt inicial i comprovant que la solució segueix sent vàlida perquè és general, és clar que no era possible sobre el paper fa tres segles, però dona oportunitats diferents als alumnes actuals per sorprendre's i pensar què fa que això sigui possible. Per últim, l'ús d'eines addicionals com la mesura de segments no substitueix, sinó que complementa el necessari

procés de deducció que han de dur a terme per entendre com funciona la resolució geomètrica.

Podem trobar un exemple d'ambdós casos en les següents construccions de Geogebra:

1r cas: <https://www.geogebra.org/classic/mqrgcsvg>

2n cas: <https://www.geogebra.org/classic/q4vyxjtv>

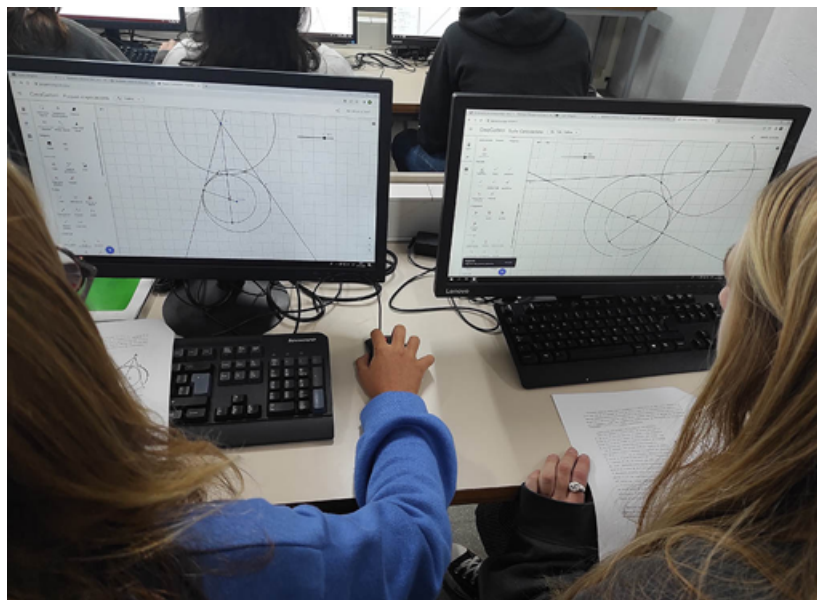


FIGURA 3: Construccions amb Geogebra de dues alumnes de batxillerat, seguint les indicacions de Ghetaldi.

FONT: Fotografia pròpia.

Segona sessió: «Connectem àlgebra i geometria»

Comencem recordant a la seva aula habitual l'enunciat del problema resolt el dia anterior. Aquest problema va circular per Europa, i matemàtics com Grégoire de Saint-Vincent (1584-1667), jesuïta flamenc, van refinar i simplificar-ne la demostració. A finals del segle XVII, Omerique va analitzar el mateix problema a la seva *Analysis Geometrica* (1698), on afirmava que aquella resolució geomètrica té una interpretació numèrica: «trobar nombres recíprocs [inversament proporcionals] amb suma o diferència donada». L'objectiu d'avui és entendre aquesta interpretació numèrica d'Omerique del problema de Ghetaldi.

Repartim de nou un petit dossier on puguin escriure i seguir l'esquema de la sessió (vegeu la fig. 4). Per començar, demanem en primer lloc resoldre analíticament el sistema (I):

$$\begin{cases} x \cdot y = 18 \cdot 50 \\ x - y = 25 \end{cases}$$

Per substitució, observen que resoldre el sistema porta a resoldre l'equació de segon grau: $x \cdot (x - 25) = 900$, que té com a única solució positiva $(x,y)=(45,20)$.

Entrem a la font original d'Omerique: <https://books.google.es/books?id=9L8pg1eWvf0C>, i projectem la resolució analítica del final de la *propositio XXXVII* (Omerique, 1698: 206), per tal que comparin com ho han resolt ells i com ho fa aquest autor (vegeu la fig. 4).

I això, per què passa? No és gens evident, d'entrada, la relació entre el problema geomètric i la resolució del sistema d'equacions. Ens cal recórrer a una proposició que apareix als *Elements* d'Euclides:

Proposició 3.36 (Euclides): *Prenem un punt exterior d'un cercle i tirem dos segments [radials] cap al cercle, [l'un] que el talla i [l'altre] tangent. Resulta que el rectangle de costats el segment sencer i la part del segment que queda fora del cercle, entre el punt i la part còncava de la circumferència, equival al quadrat de costat el [segment] tangent.*³

En aquesta proposició s'estableix que el que actualment denominem *potència d'un punt* respecte d'una circumferència és constant. Això implica que, en la fig. 5, $AH \cdot AD = EA \cdot EA$, ja que EA és tangent a la circumferència de centre B.

Aquesta propietat fonamental és la que va utilitzar també Descartes a *La Géométrie* (1637) per resoldre geomètricament l'equació de segon grau $x^2 = ax + b^2$. Tan sols ens cal construir un triangle rectangle de catets $NL = a/2$ i $LM = b$, i prolongar-ne la hipotenusa fins a intersecar amb la circumferència de centre N i radi NL : el segment OM serà la solució de l'equació (vegeu la fig. 6). La demostració és conseqüència de la proposició anterior: com $NL = a/2$, $OP = a$, i per tant $x = OM$, ja que $OM \cdot PM = LM \cdot LM$, és a dir, $x \cdot (x - a) = b \cdot b$, que és l'equació que volíem resoldre.

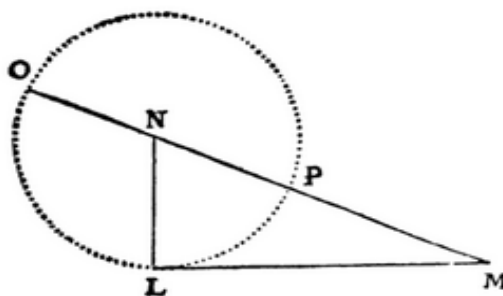


FIGURA 6. Diagrama original de Descartes que acompanya l'explicació de la resolució de l'equació anterior.

FONT: Descartes, 1954 [1637]: 302.

En el problema resolt per Omerique, ens trobem exactament amb el mateix cas que el tractat per Descartes. El triangle rectangle AEF (vegeu la fig. 5) té catets $EA = 30$ i $EF = 25/2$, i per tant la prolongació de la seva hipotenusa fins a intersecar amb el cercle, AG, és la solució de l'equació $x^2 = 25x + 30^2$, que és justament la que havíem obtingut en mirar de resoldre per substitució el sistema (I). Amb el compàs simplement aconseguim traslladar sobre la recta alineada amb el punt les magnituds $AG = AD = 45$ i $CG = HD = 25$, tal com volíem comprovar.

3. Vegeu Pla, 2018: 233.

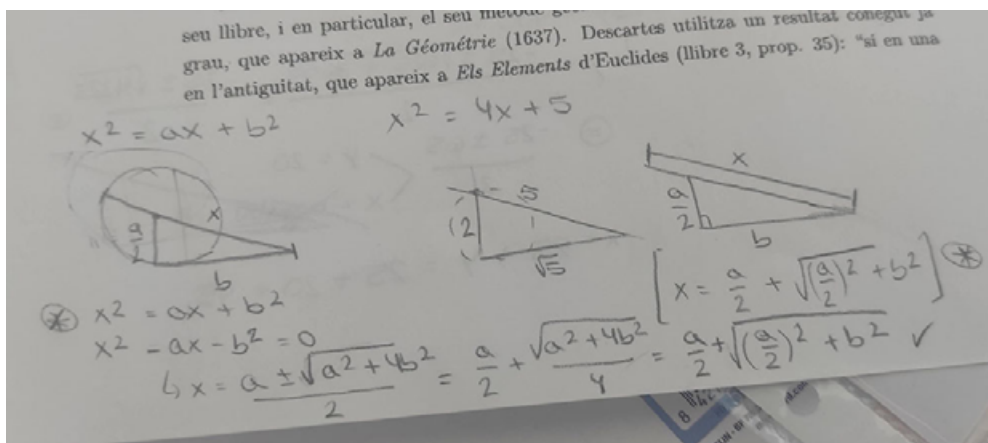


FIGURA 7: Verificació al marge del dossier d'un alumne del mètode geomètric de resolució d'una equació de segon grau de Descartes.

FONT: Fotografia pròpia.

Acabem la sessió amb preguntes orientades a fer entendre que el resultat és generalitzable a resoldre qualsevol sistema compatible de producte i diferència determinades (vegeu la fig. 7).

Breument, fem notar al final de la segona sessió que en aquesta breu excursió històrica estudiant un únic problema han aparegut en un moment diversos matemàtics: Ghetaldi, Viète, Descartes, Grégoire de Saint-Vincent, Omerique. Remarquem que aquesta és la manera de construir i treballar habitualment en matemàtiques, a partir de múltiples aportacions col·lectives, i no pas, com habitualment pensen, per l'obra de genis aïllats.⁴

Valoració de l'activitat

Els alumnes van valorar l'activitat de manera positiva, tant a primer com a segon de batxillerat, i en van destacar especialment que els havia agradat treballar de manera diferent a les dues sessions, però que tot i així estiguessin directament connectades. També els va agradar treballar amb fragments de fonts originals i poder accedir directament als llibres, que no sabien que tenien al seu abast. En general, no la van considerar una activitat fàcil, i un parell d'alumnes consideraven que haurien necessitat més formació en dibuix tècnic i Geogebra en cursos anteriors per poder fer la construcció amb més agilitat i de manera autònoma. La majoria coincidien que, amb només dues sessions, el ritme de treball havia estat molt ràpid i que haguessin preferit espaiar-ho en tres sessions i poder completar i analitzar els dos casos del problema.

Ja era conscient d'aquest problema del temps en dissenyar l'activitat, però tenia clar que no podia dedicar-hi més de dues sessions, de manera que les biografies havien de quedar reduïdes a la mínima expressió i prioritzava incidir en les idees generals sobre la gènesi de les idees matemàtiques, i la manera de treballar. A batxillerat hi ha el problema enquistat des de fa anys d'haver d'anivellar els alumnes amb el que haurien de saber per la seva edat, després d'anys de fer-los treballar per sota de les seves possibilitats, i tots els qui hi ensenyem sabem que hem de córrer per poder explicar en no més dos anys allò que en necessitaria ben bé tres.

4. De manera significativa, cap d'aquests personatges esmentats és una dona, i això no és casual, ni fruit d'una estratègia d'invisibilització. Fem notar que la majoria d'ells tenien relació amb l'Església, i més concretament amb els jesuïtes, que constituïen la via de comunicació científica a nivell europeu en aquell moment: les vies de transmissió del coneixement matemàtic quedaven estroncades per a elles, doncs.

Un dels problemes específics en aquesta activitat, però, va ser que tot i la completa disposició dels meus companys professors perquè fes les sessions amb els seus alumnes —que agraeixo de tot cor— no van gosar fer-les ells mateixos encara que els donés el dossier i tot el material que havia preparat. Això va obligar a encaixar el meu horari amb el d'altres grups, de manera que vaig poder fer-la només amb els dos grups del científic. En parlar-ne amb posterioritat amb ells, em va quedar clar que no era per manca de voluntat, ja que havien llegit l'activitat i la valoraven molt positivament, sinó per recança a treballar amb fonts històriques sense estar-hi avesats, per por a dir alguna barrabassada. Això potser és indicador de la necessitat d'incidir en la formació en història de les matemàtiques per als futurs professors, tant als graus respectius com a les formacions contínues, per així aconseguir fer perdre aquesta por al professorat.

Amb aquesta activitat hem aconseguit connectar la resolució algebraica d'un sistema d'equacions no lineal amb la seva resolució geomètrica, que era l'objectiu principal. Aquesta connexió entre àlgebra i geometria, pròpia del període d'algebrització, suposa una transformació conceptual i profunda en els mètodes i objectius de les matemàtiques (Massa-Esteve, 2020). Per exemple, ens serveix per posar en qüestió el concepte de prova matemàtica: la resolució del problema és correcta perquè ha estat construïda geomètricament, o bé és correcta perquè la modelització algebraica i posterior resolució funciona? És justament al llarg d'aquest segle que la font de certesa es trasllada gradualment d'un camp a l'altre, de la geometria a l'àlgebra (Bos, 2001).

A nivell d'aula, l'activitat ha assolit també molts altres objectius, com per exemple: despertar l'interès per la geometria plana, treballar directament amb fragments seleccionats de fonts primàries, mostrar la matemàtica com un camp viu i en constant transformació. També ens ha permès reflexionar sobre com la recerca en matemàtiques està connectada amb la cultura i s'esdevé habitualment de forma col·lectiva, a partir d'uns interessos o motivacions compartides.

Referències bibliogràfiques

- BONET, Guillem i MATAS, Roser (2017). «La calculadora d'Ahmés – Reflexió i raonament entorn del propi sistema de numeració i del significat de les seves operacions a través de la investigació, com a base de l'aprenentatge matemàtic». *Nou Biaix*, 41, p. 22-34.
- Bos, Henk (2001). *Redefining Geometrical Exactness. Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction*. Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences. New York: Springer-Verlag.
- DESCARTES, René (1954 [1637]). *The geometry of Rene Descartes*. Traducció i edició de David Eugene Smith i Marcia L. Latham. Nova York: Dover. [Edició original de Descartes: *La géométrie*, 1637].
- GHETALDI, Marino (1607). *Apollonius redivivus. Seu, restituta apollonii pergae. Inclinationum Geometria*. Venècia: Apud Bernardum Iuntam.
- MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (2003). «Aportacions de la història de la matemàtica a l'ensenyament de la matemàtica». *Biaix*, 21, p. 4-9.
- MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (2005). «L'ensenyament de la trigonometria – Aristarc de Samos (310-230 aC)». A: GRAPÍ, Pere & MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (Eds.), *Actes de la I Jornada sobre Història de la Ciència i l'Ensenyament*, Barcelona: Institut d'Estudis Catalans, p. 95-101.
- MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (2020). «The Algebraization of Mathematics: Using Original Sources for Learning Mathematics». *Teaching Innovations*, XXXIII, p. 21-35.
- OMERIQUE, Antonio Hugo (1698). *Analysis geometrica sive Nova, et vera methodas resolvendi tam problema- ta geometrica quam arithmeticas quaestiones*. Cadis: Typis Christophori de Requena.
- PLA, Josep (2018). *Història de la matemàtica: Grècia IIa (els Elements d'Euclides: llibres I, II, III, IV, V i VI)*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.
- ROMERO, Fàtima [et al.] (2021). «Textos històrics per a l'aprenentatge de les matemàtiques: el cas dels nombres negatius». A: FERRAGUD, Carmel; MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (ed.), *Actes de la XVII Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament*, Barcelona: Institut d'Estudis Catalans, p. 17-28.
- VIRGILI, David (2023). «Antonio Hugo de Omerique, geometra modern d'arrels clàssiques». *SCM/Notícies*, 52, p. 98-105.